

2017 年青少年數學國際城市邀請賽

參賽代表遴選初賽個人賽試題

_____縣市_____國民中學_____年級 編號：_____ 姓名：_____

作答時間：二小時

性別：男 女

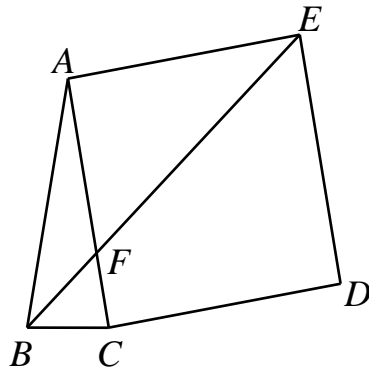
第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後所附的空格上填入答案，只需填寫答案。若答案為數值，請用阿拉伯數字；若答案為分數，請化為最簡分數)

1. 在 19、20、21、22、23 這五個數中，共有_____個數可以表示成兩個質數之和。

答：_____個

2. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ 、 $\angle ACB=80^\circ$ 。以 AC 為邊向外側作正方形 $ACDE$ ，連接 BE 與 AC 相交於點 F ，如圖所示。則 $\angle BFC$ 等於_____度。



答：_____

3. 小虎與小亮都要郵寄一件包裹，郵局的收費標準為：不超出 10 kg 的包裹每 kg 的運費為 6 元，超出 10 kg 的部分每 kg 平均運費略低一些。若小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹重 20%，兩人的運費分別為 92 元、80 元，則超出 10 kg 部分比 10 kg 以內每 kg 的平均運費低了_____元。

答：_____元

4. 已知 $A=3x^2+3x$ 、 $B=-x^2+x+5$ 、 $C=x^2+x-1$ 。將

$$4A - (B - 2(2B - 3C) + 2A) - 2B$$

的結果合併同類項並按 x 作降冪排列後，所得到的多項式為_____。

答：_____

5. 小華的書架上放有文學書、數學書、歷史書與科普書。其中數學書的冊數是文學書的 5 倍、科普書的冊數是歷史書的 4 倍。在 21、23、26、29、30 這五個數中，共有_____個數不可能是書架上書的總冊數。

答：_____個

6. 將數 1、2、3、4 分別填入 4×4 方格表的小方格內，使得每一行、每一列上的四個數都不相同。如下圖所示，已在方格表的部分小方格內填入數，則圖中 A、B 位置上的數之和是_____。

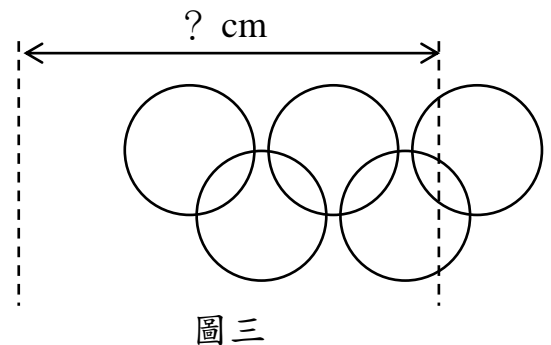
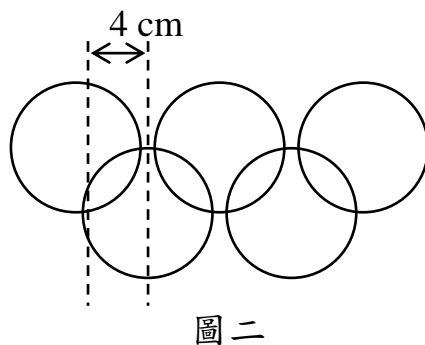
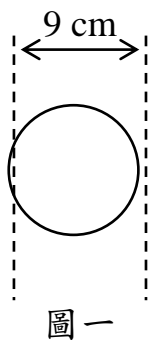
	A	4	
B		1	
1	2	3	4
3	4	2	1

答：_____

7. 一個三角形的兩條邊之長度分別是 6 cm 與 13 cm，已知第三條邊的長度也是整數 cm，則這個三角形的周長最小可能是_____cm。

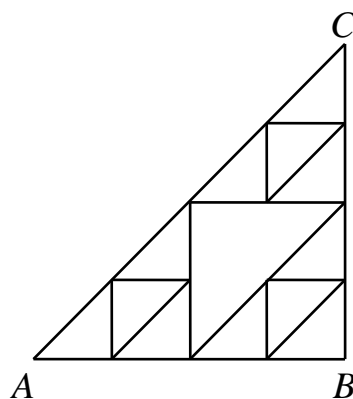
答：_____ cm

8. 下圖三是一個奧運五環的圖案，圖一顯示每一個圓的直徑為 9 cm，圖二顯示兩條都與圓相切的虛線之間的距離為 4 cm，則圖三顯示此奧運五環從左到右的總長度為_____cm。



答：_____ cm

9. 下圖是由一些等腰直角三角形拼成的圖形，若一隻螞蟻欲沿著三角形的邊從 A 點爬到 C 點，規定在爬行的過程中只能向右方、上方或者斜右上方爬行。則這隻螞蟻總共有_____條不同的爬行路徑。



答：_____條

10. 在 1 到 1000 這 1000 個正整數中，總共有_____個正整數 n 使得 $n^3 + n^2 + n$ 之值是 8 的倍數？

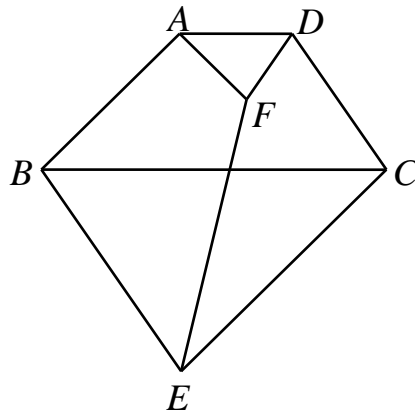
答：_____個

11. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2$ ，其中 a 、 b 、 c 為非零實數，則

$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$ 的值是_____。

答：_____

12. 在梯形 $ABCD$ 中，已知 $AD \parallel BC$ 。過 B 且平行於 CD 的直線與過 C 且平行於 AB 的直線交於點 E ，點 F 為 $ABCD$ 內部的點使得 $\angle FAD = \angle ABC$ 、 $\angle FDA = \angle DCB$ ，如下圖所示。



若四邊形 $ABEF$ 的面積為 20 cm^2 、並且四邊形 $DCEF$ 的面積為 16 cm^2 ，則梯形 $ABCD$ 的面積為_____ cm^2 ？

答：_____ cm^2

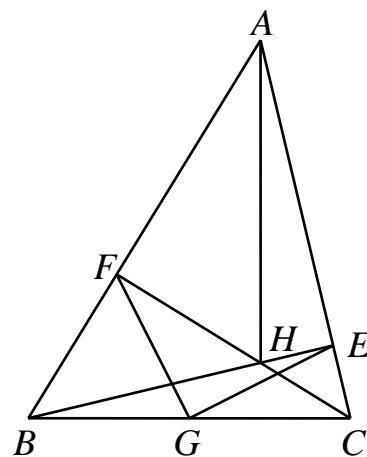
第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後空白處作答，須詳列過程及說明理由)

1. 在一個四位數中，若恰好出現 2、0、1、7 這四個數碼中的三個(重複出現的數碼只算一個)，則稱這個四位數是一個「好數」。例如，8712 與 7200 都是「好數」，而 2017 與 7175 都不是「好數」。請問在所有的四位數中總共有多少個「好數」？

答：_____個

2. 在 $\triangle ABC$ 中，點 G 是 BC 的中點， $BE \perp AC$ 、 $CF \perp AB$ ， BE 與 CF 相交於點 H ，如圖所示。已知 $\angle EGF = 90^\circ$ ，請證明 $AH = BC$ 。



3. 若 k 為整數且 $k > 1$ ，已知不定方程 $x^2 + (x+k)^2 = y^2$ 有滿足 x 、 y 互質的正整數解 (x, y) ，請問正整數 k 之最小值是什麼？

答：
